



SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

— ACADEMIA —
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL
UNI

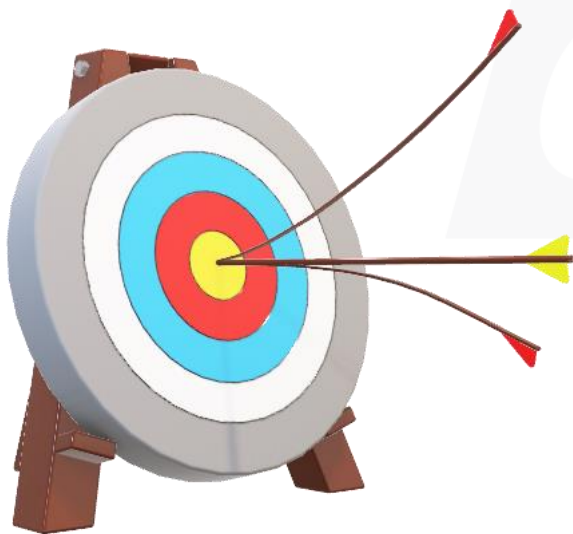


ARITMÉTICA

Tema: MAGNITUDES PROPORCIONALES

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

OBJETIVOS

**1**

Diferenciar los conceptos de magnitud y cantidad.

2

Reconocer y aplicar las relaciones entre magnitudes: Directa e Inversa

3

Aplicar las propiedades de las magnitudes proporcionales a situaciones diversas.

INTRODUCCIÓN

LA LEY DE LOS GASES IDEALES:

Los experimentos de Gay – Lussac, Charles y Mariotte con gases permitieron establecer la Ley del Gas Ideal.

Estos procesos isotérmicos, isobáricos e isocóricos descubrieron la relación entre la presión y el volumen, el volumen y la temperatura y la presión y la temperatura; demostrándose que estas relaciones son directamente e inversamente proporcionales según sea el caso.



RELACIONES ENTRE MAGNITUDES:

A) Magnitudes Directamente Proporcionales (DP):

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor de la otra magnitud aumenta o disminuye en la misma proporción.

Ejemplo:

Un comerciante vende 5 productos por S/ 35, en base a esa información se obtiene el siguiente cuadro:

Cant. Productos	5	15	10	12
Precio a pagar (S/)	35	105	70	84

Diagrama de relaciones de proporcionalidad:

- De 5 a 15: $\times 3$ (Cantidad), $\div 3$ (Precio)
- De 15 a 10: $\div 3$ (Cantidad), $\times 3$ (Precio)
- De 10 a 12: $\times 2$ (Cantidad), $\div 2$ (Precio)
- De 12 a 10: $\div 2$ (Cantidad), $\times 2$ (Precio)
- De 10 a 15: $\times 1.5$ (Cantidad), $\div 1.5$ (Precio)
- De 15 a 12: $\div 1.25$ (Cantidad), $\times 1.25$ (Precio)

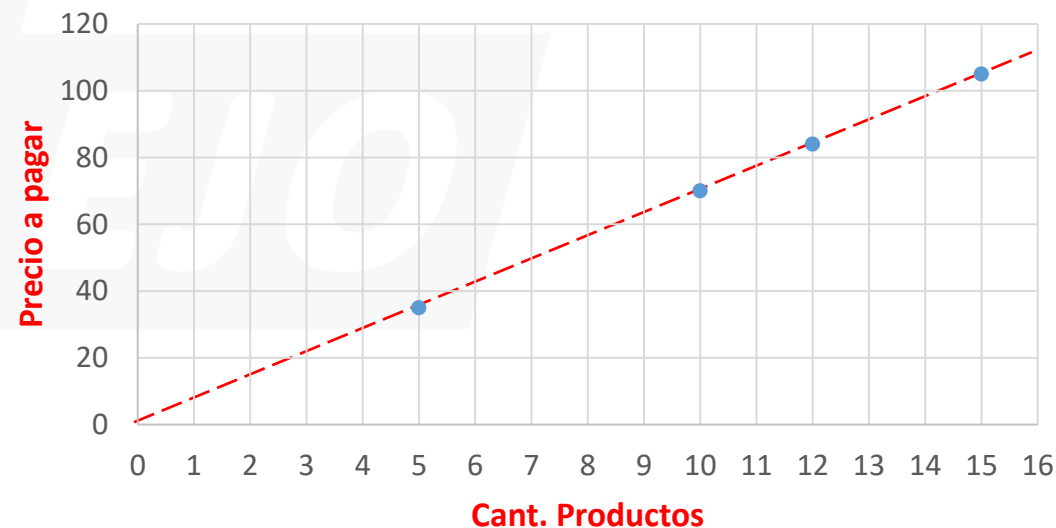
Se observa entonces:

$$P. Unit. = \frac{Precio}{Cantidad} = \frac{35}{5} = \frac{105}{15} = \frac{70}{10} = \frac{84}{12} = 7$$

En general:

Para A DP B: $\frac{Valor\ de\ A}{Valor\ de\ B} = constante$

Gráficamente:



A partir de lo anteriormente mencionado:

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = k$$

Cambiando las expresiones:

- Valor de A: $f(x)$
- Valor de B: $x ; \forall x \in \mathbb{R}$

Luego se tiene:

$$\frac{f(x)}{x} = k$$



$$f(x) = k \cdot x$$

Función de proporcionalidad
directa

Aplicación1:

El precio de una MEMORIA USB es directamente proporcional a su capacidad de almacenamiento expresado en GB. Así se tiene que una memoria USB de 8 GB cuesta S/25. ¿Qué capacidad tendrá un USB que cuesta S/100?

Resolución:

Piden: La capacidad de la memoria USB de S/ 100.

Por dato: $\frac{\text{Precio}}{\text{Capacidad}} = DP$

$$\frac{\text{Precio}}{\text{Capacidad}} = \text{Constante}$$

Luego:

$$\frac{25}{8} = \frac{100}{x} = Cte. \longrightarrow x = 32$$

Por lo tanto, la capacidad de la segunda memoria USB es de 32 GB.

Respuesta: 32GB

Aplicación 2:

Si $f(x)$ es una función de proporcionalidad directa y además : $f(2) + f(5) = 21$; calcule $H = f(3) \cdot f\left(\frac{2}{3}\right)$.

Resolución:

Piden: El valor de H

Sabiendo que es una función de proporcionalidad directa, se tiene: $f(x) = k \cdot x$

Luego:

$$f(2) + f(5) = 21 \longrightarrow 2k + 5k = 21 \longrightarrow \boxed{k = 3}$$

Entonces:

$$H = f(3) \cdot f\left(\frac{2}{3}\right) \longrightarrow H = 3k \times \frac{2}{3}k$$

$$H = \frac{6}{3}k^2 = 18$$

Respuesta: 18

B) Magnitudes Inversamente Proporcionales (IP):

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor de la otra magnitud disminuye o aumenta en la misma proporción.

Ejemplo:

En un experimento con gas hidrógeno, se realizaron diversos procesos isotérmicos, obteniendo los siguientes datos:

Presión (atm)	12	24	10	30
Volumen (L)	50	25	60	20

Diagrama de relaciones de proporcionalidad inversa:

- De 12 a 24 atm: $\times 2$ (Presión aumenta, Volumen disminuye de 50 a 25 L)
- De 24 a 10 atm: $\div 12$ (Presión disminuye, Volumen aumenta de 25 a 60 L)
- De 10 a 30 atm: $\times 3$ (Presión aumenta, Volumen disminuye de 60 a 20 L)
- De 50 a 25 L: $\div 2$ (Volumen disminuye, Presión aumenta de 12 a 24 atm)
- De 25 a 60 L: $\div 5$ (Volumen aumenta, Presión disminuye de 24 a 10 atm)
- De 60 a 20 L: $\div 3$ (Volumen disminuye, Presión aumenta de 10 a 30 atm)

Se observa entonces:

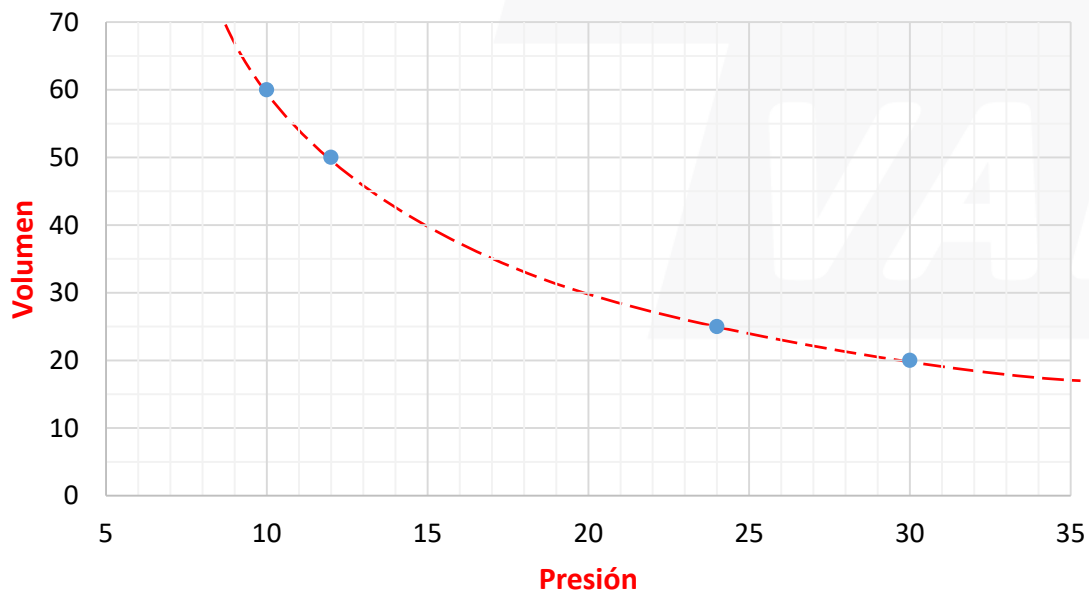
$$(P)(V) = 12 \times 50 = 24 \times 25 = 10 \times 60 = 30 \times 20$$

$$(P)(V) = 600$$

En general:

Para A IP B: $(\text{Valor de A})(\text{Valor de B}) = cte$

Gráficamente:



A partir de lo anteriormente mencionado:

$$(\text{Valor de A})(\text{Valor de B}) = m$$

Cambiando las expresiones:

- Valor de A: $g(x)$
- Valor de B: $x ; \forall x \in \mathbb{R}$

Luego se tiene:

$$g(x) \cdot x = m$$



$$g(x) = \frac{m}{x}$$

Función de proporcionalidad
inversa

Aplicación 3:

La bonificación que recibe un empleado es inversamente proporcional al número de faltas que tuvo durante el primer semestre. Si se sabe que Juan recibió S/ 1200 y faltó 5 veces, ¿Cuánto recibirá Bruno, quien solo tuvo 4 faltas?

Resolución:

Piden: La bonificación que recibirá Bruno.

Por dato: Bonificación *IP* Cant. faltas

$$(Bonificación)(Cant. faltas) = cte.$$

Luego:

$$1200 \times 5 = B \times 4 \longrightarrow B = 1500$$

Por lo tanto, Bruno recibirá S/ 1500 de bonificación.

Respuesta: S/ 1500

Aplicación 4:

Si $g(x)$ es una función de proporcionalidad inversa y además : $g(4) = 9$; calcule $E = g(3) + g(6)$

Resolución:

Piden: El valor de E

Sabiendo que es una función de proporcionalidad inversa, se tiene:

$$g(x) = \frac{m}{x}$$

Luego:

$$g(4) = 9 \longrightarrow \frac{m}{4} = 9 \longrightarrow m = 36$$

Entonces:

$$E = g(3) + g(6) \longrightarrow E = \frac{m}{3} + \frac{m}{6} = 18$$

Por lo tanto, el valor de E es 18.

Respuesta: 18

PROPIEDADES:

Si: $A \text{ DP } B$

$B \text{ DP } A$

$A^k \text{ DP } B^k \quad \therefore k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt[k]{A} \text{ DP } \sqrt[k]{B} \quad \therefore k \in \mathbb{Z}$

$A \text{ IP } \frac{1}{B}$

Si: $A \text{ IP } B$

$B \text{ IP } A$

$A^k \text{ IP } B^k \quad \therefore k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt[k]{A} \text{ IP } \sqrt[k]{B} \quad \therefore k \in \mathbb{Z}$

$A \text{ DP } \frac{1}{B}$

Si: $A \text{ DP } B$ (C y D son constantes)

$A \text{ IP } C$ (B y D son constantes)

$A \text{ DP } D$ (B y C son constantes)

Entonces:

$$\frac{A \times C}{B \times D} = \text{Constante}$$

Aplicación 5:

Se sabe que A es proporcional a $\sqrt{B}$, cuando C es constante y C es inversamente proporcional a B , cuando A es constante. Halle el valor de $x + y$, en el siguiente cuadro:

A	x	8	4
B	54	y	12
C	2	16	4

Resolución:

Piden: El valor de $x + y$.

Por dato: $A \text{ DP } \sqrt{B}$ y $C \text{ IP } B$

$$A^2 \text{ DP } B \quad \text{y} \quad C \text{ IP } B \rightarrow \frac{B \times C}{A^2} = Cte.$$

Reemplazando:

$$\frac{54 \times 2}{x^2} = \frac{12 \times 4}{4^2} = \frac{y \times 16}{8^2} \rightarrow \begin{matrix} x = 6 \\ y = 12 \end{matrix}$$

Respuesta: 18

APLICACIONES DE LAS MAGNITUDES

1) Reparto proporcional:

Es un procedimiento aritmético que consiste en repartir una cantidad en partes que sean DP y/o IP a ciertos números llamados índices. Así tenemos:

REPARTO DIRECTO

Repartir 600 en partes que sean DP a 5; 3 y 2:

$$600 = P_1 + P_2 + P_3$$

$$\frac{P_1}{5} = \frac{P_2}{3} = \frac{P_3}{2} = \frac{600}{10} = 60 \quad \left\{ \begin{array}{l} P_1 = 300 \\ P_2 = 180 \\ P_3 = 120 \end{array} \right.$$

REPARTO INVERSO

Repartir 600 en partes que sean IP a 15; 10 y 6:

$$600 = P_A + P_B + P_C$$

$$\frac{15P_A}{30} = \frac{10P_B}{30} = \frac{6P_C}{30} \rightarrow MCM(15; 10; 6) = 30$$

$$\frac{P_A}{2} = \frac{P_B}{3} = \frac{P_C}{5} = \frac{600}{10} = 60 \quad \left\{ \begin{array}{l} P_A = 120 \\ P_B = 180 \\ P_C = 300 \end{array} \right.$$

Aplicación 6:

Se reparte una bonificación de S/ 2900 en forma DP a los años de servicios de tres trabajadores, los cuales son 8, 6 y 2 años, e IP al número de faltas durante el primer semestre, las cuales son 6, 15 y 10. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

Resolución:

Piden: La cantidad que le corresponderá a cada uno.

$$2900 = B_1 + B_2 + B_3$$

$$\frac{6B_1}{8} = \frac{15B_2}{6} = \frac{10B_3}{2} \rightarrow \frac{3B_1}{4} = \frac{5B_2}{2} = \frac{5B_3}{1}$$

$$MCM(3; 5; 5) = 15 \rightarrow \frac{3B_1}{4 \times 15} = \frac{5B_2}{2 \times 15} = \frac{5B_3}{1 \times 15}$$

$$\frac{B_1}{20} = \frac{B_2}{6} = \frac{B_3}{3} = \frac{2900}{29} = 100 \quad \left\{ \begin{array}{l} B_1 = 2000 \\ B_2 = 600 \\ B_3 = 300 \end{array} \right.$$

Respuesta: S/ 2000; S/ 600; S/ 300

2) Regla de compañía:

Es un procedimiento aritmético que consiste en repartir las utilidades (o pérdidas) obtenidas al formar un negocio, una empresa o una compañía, considerando el capital aportado de cada socio y/o el tiempo que estuvieron los capitales aportados. Se cumple que:

$$\frac{\text{Ganancia o Pérdida}}{\text{Capital} \times \text{tiempo}} = \text{Constante}$$

Aplicación 7:

Tres amigos se asocian para formar un negocio. El primero aportó S/ 5000 y permaneció 6 meses, el segundo aportó S/ 6000 y permaneció 8 meses y el tercero aportó S/ 9000 y permaneció 10 meses. Si se obtuvo una ganancia de S/ 56000, ¿cuánto le corresponde a cada uno de ellos?

Resolución:

Piden: La cantidad de dinero que le corresponde a cada socio.

Extrayendo la información:

	Socio 1	Socio 2	Socio 3
Capital	5000	6000	9000
Tiempo	6 meses	8 meses	10 meses
Ganancia	G_1	G_2	G_3

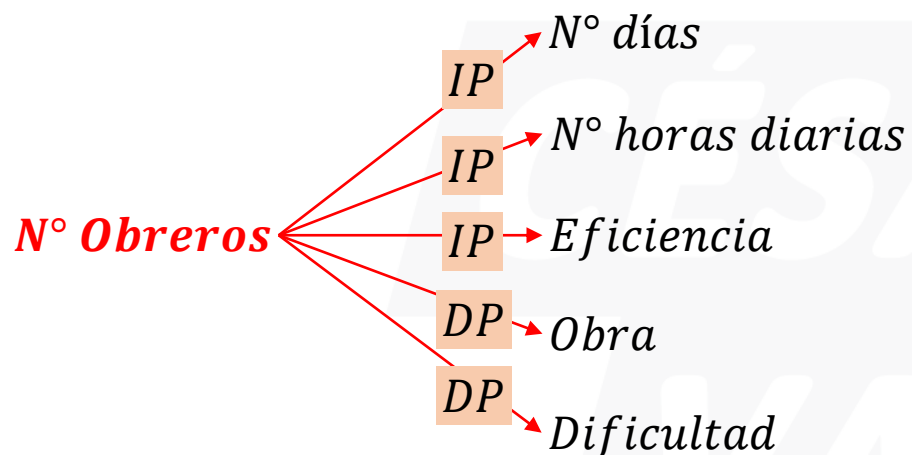
$$56000 = G_1 + G_2 + G_3 \rightarrow \frac{G_1}{5 \times 6} = \frac{G_2}{6 \times 8} = \frac{G_3}{9 \times 10}$$

$$\frac{G_1}{5} = \frac{G_2}{8} = \frac{G_3}{15} = \frac{56000}{28} = 2000 \quad \left\{ \begin{array}{l} G_1 = 10000 \\ G_2 = 16000 \\ G_3 = 30000 \end{array} \right.$$

Respuesta: S/ 10000; S/ 16000; S/ 30000

3) Para problemas de obras:

Es un procedimiento aritmético, en el cual se relaciona las condiciones (cantidad de días, cantidad de horas diarias de trabajo, dificultad de la obra, etc.) bajo las cuales se realiza una obra. Observándose lo siguiente:



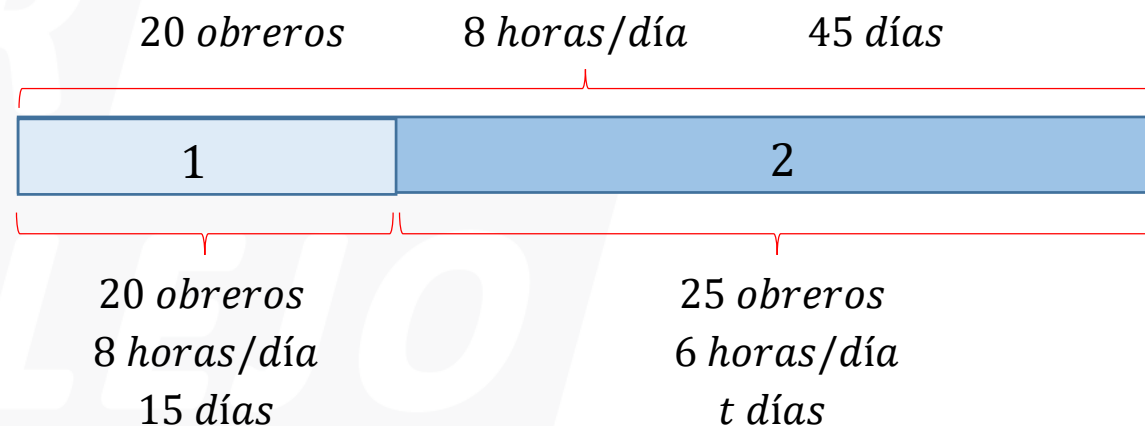
$$\frac{(N^{\circ} \text{Obreros})(N^{\circ} \text{días})(N^{\circ} \text{horas})(\text{Eficiencia})}{(\text{Obra})(\text{Dificultad})} = \text{Cte.}$$

Aplicación 8:

Se sabe que un grupo de 20 obreros, trabajando 8h/d, pueden hacer una obra en 45 días, cuando habían avanzado la tercera parte de la obra, se contratan otros 5 obreros pero disminuyen en 2 horas el trabajo diario. ¿En cuántos días se termino toda la obra?

Resolución:

Piden: La cantidad total de días para terminar la obra.

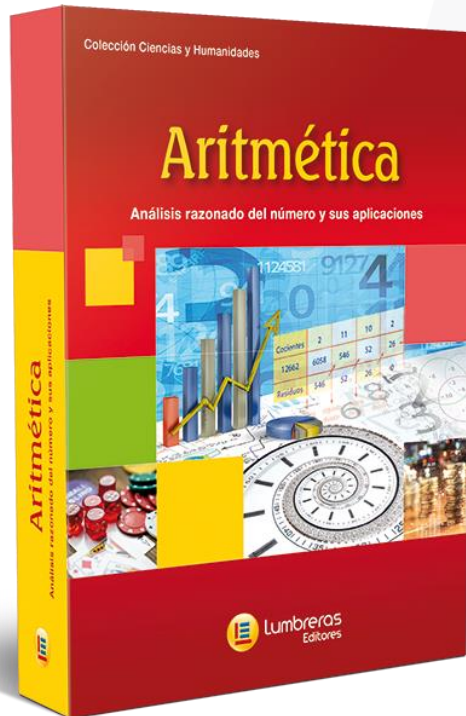


$$\frac{20 \times 8 \times 15}{1} = \frac{25 \times 6 \times t}{2} \longrightarrow t = 32$$

Por lo tanto, la cantidad de días es $15 + 32 = 47$

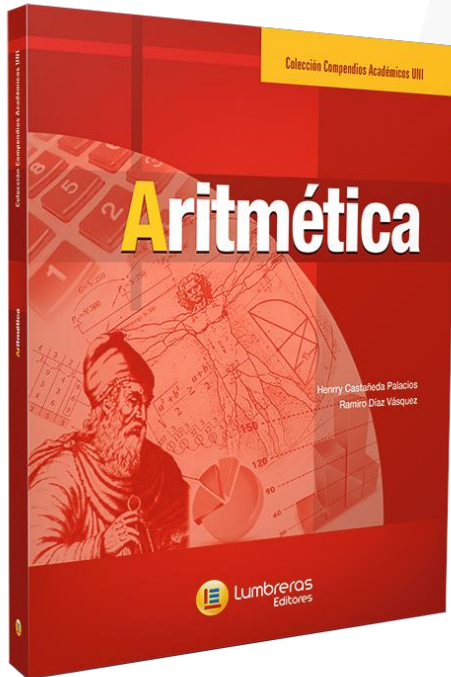
Respuesta: 47 días

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

— ACADEMIA —

CÉSAR

VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:   

academiacesarvallejo.edu.pe